Exercice 1

- On a : $\underbrace{x^2 + 2x}$ est le début d'une identité remarquable.

En effet : $(x+1)^2 = \underbrace{x^2 + 2x} + 1$

Donc : $\underbrace{x^2 + 2x} = (x+1)^2 - 1$

Par conséquent : $A = \underbrace{x^2 + 2x} - 3$

$$A = (x+1)^2 - 1 - 3$$
$$A = (x+1)^2 - 2^2$$
$$A = \left[(x+1) - 2\right]\left[(x+1) + 2\right]$$
$$A = (x-1)(x+3)$$

- On a : $\underbrace{x^2 + 4x}$ est le début d'une identité remarquable.

En effet : $(x+2)^2 = \underbrace{x^2 + 4x} + 4$

Donc : $\underbrace{x^2 + 4x} = (x+2)^2 - 4$

Par conséquent : $B = \underbrace{x^2 + 4x} - 5$

$$B = (x+2)^2 - 4 - 5$$
$$B = (x+2)^2 - 3^2$$
$$B = \left[(x+2) - 3\right]\left[(x+2) + 3\right]$$
$$B = (x-1)(x+5)$$

- $$C = 2x^2 - 6x + 2$$
$$C = 2\left(x^2 - 3x + 1\right)$$

On a : $\underbrace{x^2 - 3x}$ est le début d'une identité remarquable.

En effet : $$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \underbrace{x^2 - 3x} + \frac{9}{4}$$

Donc : $$\underbrace{x^2 - 3x} = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$$

Par conséquent : $$C = 2\left[\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + 1\right]$$

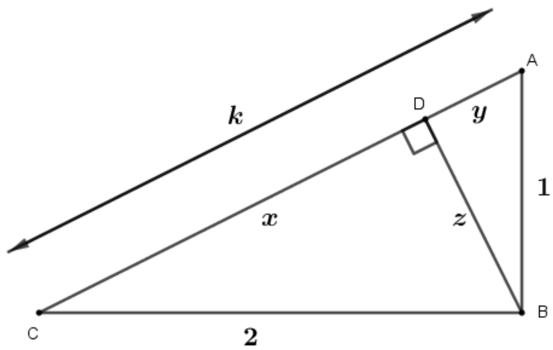
$$C = 2\left[\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}\right]$$

$$C = 2\left[\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2\right]$$

$$C = 2\left[\left(x - \frac{3}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\right]\left[\left(x - \frac{3}{2}\right) + \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\right]$$

$$C = 2\left(x - \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x - \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)$$

Exercice 2



- Dans le triangle rectangle ABC
  D'après la relation de Pythagore.

$$AC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$k^2 = 1^2 + 2^2$$

$$k^2 = 5$$

Donc : $$k = \sqrt{5}$$

- Dans le triangle rectangle ABC .

$$\cos A\hat{C}B = \frac{BC}{AC} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad (1)$$

Dans le triangle rectangle BCD

$$\cos A\hat{C}B = \frac{CD}{BC} = \frac{x}{2} \quad (2)$$

$$de \quad (1) \quad et \quad (2) \quad on\, en\, déduit \quad : \quad \frac{x}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Donc : $x = \dfrac{4\sqrt{5}}{5}$

- Dans le triangle rectangle ABC .

$$\cos C\hat{A}B = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \quad (3)$$

Dans le triangle rectangle ABD .

$$\cos C\hat{A}B = \frac{AD}{AB} = \frac{y}{1} = y \quad (4)$$

$$de \quad (3) \quad et \quad (4) \quad on\, en\, déduit \quad : \quad y = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

- Dans le triangle rectangle BCD .

$$CD^2 + DB^2 = BC^2$$

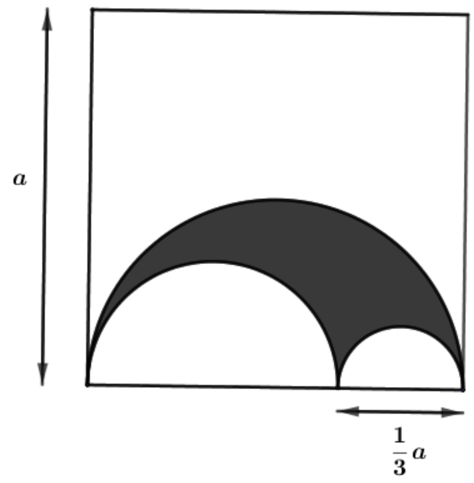
$$\left(\frac{4\sqrt{5}}{5}\right)^2 + z^2 = 2^2$$

$$z^2 = 2^2 - \left(\frac{4\sqrt{5}}{5}\right)^2$$

$$z^2 = 4 - \frac{80}{25} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$$

Donc : $z = \sqrt{\dfrac{4}{5}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

Exercice 3



Soit A_1 l'aire du demi-cercle de diamètre $\frac{1}{3}a$.

Soit A_2 l'aire du demi-cercle de diamètre $\frac{2}{3}a$.

Soit A_3 l'aire du demi-cercle de diamètre a .

L'aire de la surface grisée est donc :

$$A = A_3 - (A_1 + A_2)$$

$$A = \frac{\frac{a}{2}\times\frac{a}{2}\times\pi}{2} - \left(\frac{\frac{1}{6}a\times\frac{1}{6}a\times\pi}{2} + \frac{\frac{2}{6}a\times\frac{2}{6}a\times\pi}{2} \right)$$

$$A = \frac{a^2\times\pi}{8} - \left(\frac{a^2\times\pi}{72} + \frac{4a^2\times\pi}{72} \right)$$

$$A = \frac{9a^2\times\pi}{72} - \frac{5a^2\times\pi}{72}$$

$$A = \frac{4a^2\times\pi}{72}$$

$$A = \frac{a^2\times\pi}{18}$$