

**Exercice 1**

1.

$$\frac{a+\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a} \times \sqrt{a} + \sqrt{a}}{1+\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)}{1+\sqrt{a}} = \sqrt{a}$$

$$\sqrt{\frac{a^2b+ab^2}{a+b}} = \sqrt{\frac{ab(b+a)}{a+b}} = \sqrt{ab}$$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b}} &= \frac{(\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b})(\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b})}{(\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b})(\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b})} \\ &= \frac{(\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b})^2}{(\sqrt{a+b})^2 - (\sqrt{a-b})^2} = \frac{(a+b) + 2\sqrt{a+b} \times \sqrt{a-b} + (a-b)}{(a+b) - (a-b)} \\ &= \frac{2a - 2\sqrt{a^2 - b^2}}{2b} = \frac{a - \sqrt{a^2 - b^2}}{b} \end{aligned}$$

2.

On a :  $a \geq b$

Donc :  $b^2 \leq a^2$  et  $\frac{1}{a} \leq \frac{1}{b}$

On en déduit :  $b^2 + ab \leq a^2 + ab$

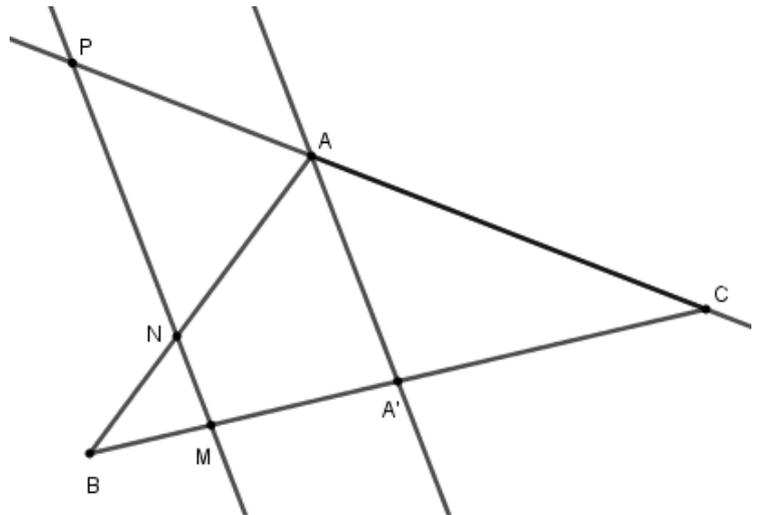
Et :  $\sqrt{b^2 + ab} \leq \sqrt{a^2 + ab}$

Par suite :  $\frac{1}{a} \times \sqrt{b^2 + ab} \leq \frac{1}{b} \times \sqrt{a^2 + ab}$

$$\frac{\sqrt{b^2 + ab}}{a} \leq \frac{\sqrt{a^2 + ab}}{b}$$

## Exercice 2

a. Figure



b. Dans le triangle  $BAA'$  nous avons d'après le théorème de Thalès.

$$\frac{BM}{BA'} = \frac{BN}{BA} = \frac{MN}{AA'} \quad (1)$$

Dans le triangle  $CPM$  nous avons d'après le théorème de Thalès.

$$\frac{CM}{CA'} = \frac{CP}{CA} = \frac{MP}{AA'} \quad (2)$$

De (1) et (2) on en déduit :

$$\frac{MN}{AA'} + \frac{MP}{AA'} = \frac{BM}{BA'} + \frac{CM}{CA'}$$

$$\left( BA' = CA' \right) \quad \frac{MN + MP}{AA'} = \frac{BM + CM}{BA'}$$

$$\frac{MN + MP}{AA'} = \frac{BC}{BA'} = \frac{2BA'}{BA'} = 2$$

D'où :

$$MN + MP = 2 \times AA'$$

### Exercice 3

Soit  $[MN]$  le diamètre du cercle  $(C)$  perpendiculaire à  $[AD]$  et qui le coupe en  $P$ .

La droite  $(MN)$  est donc la médiatrice de  $[AD]$ .

Le point  $P$  est donc le milieu de  $[AD]$ .

On a :  $AP = 4 \text{ cm}$  et  $ON = r \text{ cm}$

$$PO = PN - ON$$

$$PO = 8 - r$$

Dans le triangle  $APO$  rectangle en  $P$ , nous avons d'après le théorème de Pythagore.

$$OA^2 = OP^2 + AP^2$$

$$r^2 = (8-r)^2 + 4^2$$

$$r^2 = 64 - 16r + r^2 + 16$$

$$16r = 80$$

$$r = \frac{80}{16} = 5 \text{ cm}$$

