## Exercice 1

1. $f$ est une fonction linéaire de coefficient $a$, donc pour tout nombre réel $x$ on a : $f(x)=ax$

   Donc : $f(x+y)=a(x+y)=ax+ay=f(x)+f(y)$

2. Soit $k$ un nombre réel.

   $$f(kx)=a\times kx=k\times ax=k\times f(x)$$

3. $\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\dfrac{ax-ax_0}{x-x_0}=\dfrac{a(x-x_0)}{x-x_0}=a \quad (x\neq x_0)$

   Donc le nombre $\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ est constant.

## Exercice 2

Soit $f$ la fonction linéaire définie par : $f(x+1)-f(x-1)=10$

**Rappel :** $f$ est une fonction linéaire, donc $f(x+y)=f(x)+f(y)$

**a.** On a : $f(x+1)-f(x-1)=10$ $\qquad f(1)=5$

Donc : $f(x)+f(1)-[f(x)+f(-1)]=10$

$f(x)+f(1)-f(x)-f(-1)=10$

$f(1)-f(-1)=10$

$f(1)+f(1)=10$

$2f(1)=10$ d'où $f(1)=\dfrac{10}{2}=5$

**b.** **Rappel :** $f$ est une fonction linéaire, donc $f(kx)=k\times f(x)$

On a :

$$\begin{aligned} f(18)-f(16)&=f(2\times 9)-f(2\times 8)\\ &=2\times f(9)-2\times f(8)\\ &=2(f(9)-f(8))\\ &=2(f(9)+f(-8))\\ &=2\times f(9-8)\\ &=2\times f(1)\\ &=2\times 5\\ &=10 \end{aligned}$$

Donc : $f(18)-f(16)=10$

**c.** $f$ est une fonction linéaire, donc $f(x)=ax$

On sait que : $f(1)=5$ donc pour $x=1$ on a $a=5$

Par conséquent la fonction linéaire $f$ est définie par $f(x)=5x$

**Exercice 3**

**a.** Le point de coordonnées $A(-3;4)$ appartient à la droite représentant la fonction linéaire $f$ .

Donc $f(-3)=4$ . Ainsi pour $x=-3$ on a $-3a=4$ soit $a=\frac{-4}{3}$

Donc pour tout nombre réel $x$ on a $f(x)=\frac{-4}{3}x$

**b.** le point $B\left(\frac{1}{3};m\right)$ appartient à la représentation graphique de la fonction $f$

Donc $f\left(\frac{1}{3}\right)=m$ . Ainsi pour $x=\frac{1}{3}$ on a $m=\frac{-4}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{-4}{9}$

**c.** le point $C(n;5)$ appartient à la représentation graphique de la fonction $f$

Donc $f(n)=5$ . Ainsi pour $x=n$ on a $\frac{-4}{3}n=5$ soit $n=\frac{-15}{4}$

**Exercice 4**

On considère les points $A(2;-3)$ ; $B(6;-9)$ *et* $C(-4;6)$

1. Soit $f$ une fonction linéaire telle que $f(2)=-3$ càd le point $A(2;-3)$ appartient à la droite $(D)$ représentative de la fonction $f$ .
   Soit $a$ son coefficient.
   Alors pour $x=2$ on a $2a=-3$ d'où $a=\frac{-3}{2}$.
   Pour tout nombre réel $x$ , $f(x)=\frac{-3}{2}x$
   On a : $f(6)=\frac{-3}{2}\times 6=-9$
   Donc le point $B(6;-9)$ appartient à la droite $(D)$.
   On a : $f(-4)=\frac{-3}{2}\times(-4)=6$
   Donc le point $C(-4;6)$ appartient à la droite $(D)$.
   Par conséquent les points $A$ ; $B$ *et* $C$ sont alignés.
2. Pour que le point $E$ soit aligné avec les points $A$ *et* $B$ il faut avoir $f(k)=18$.
   Soit : $\frac{-3}{2}\times k=18$ d'où $k=\frac{-36}{3}=-12$