Déterminer une fonction affine

Exercice 1 On sait que : $f(x_2)-f(x_1)=a(x_2-x_1)$ avec $x_2 \neq x_1$.

Donc : $f(4)-f(-2)=a(4-(-2))$

$$7-(-11)=a(4-(-2))$$

$$7+11=a(4+2)$$

$$a=\frac{18}{6}=3$$

Le coefficient directeur de la fonction affine f est 3.

Exercice 2 f est la fonction affine définie par : $f: x \mapsto 4x-\frac{2}{3}$

On sait que : $f(x_2)-f(x_1)=a(x_2-x_1)$ avec $x_2 \neq x_1$.

Donc :

- $f(13) - f(12)=4(13-12)=4\times1=4$
- $f(11) - f(9)=4(11-9)=4\times2=8$
- $f(5) - f(-5)=4(5-(-5))=4\times10=40$

Exercice 3 f est la fonction affine définie par : $f(5)=13$ *et* $f(2)=7$

1. $f(5) - f(2)=13-7=6$

2. On note $f(x)=ax+b$ où a et b sont des nombres.
   - **a.** $f(5) - f(2)=a(5-2)=3a$.
   - **b.** On a $f(5)-f(2)=3a$ *et* $f(5)-f(2)=6$

     Donc : $3a=6$ *soit* $a=2$

     On en déduit : $f(x)=2x+b$

     On a de plus $f(2)=7$ d'où $2\times2+b=7$ Soit $b=3$

Exercice 4 h est une fonction affine, donc $h(x) = ax + b$

1. On a : $h(4) - h(-2) = a(4-(-2))$

$$7-(-11) = a(4-(-2))$$
$$18 = 6a$$
$$a = 3$$

Ainsi : $h(x) = 3x + b$

On a : $h(4) = 7$ équivalent à $3\times 4 + b = 7$

C'est-à -dire : $12 + b = 7$ d'où $b = 7-12 = -5$

Donc : $h(x) = 3x - 5$

2. On a : $h(1) - h(3) = a(1-3)$

$$1-(-3) = a(1-3)$$
$$4 = -2a$$
$$a = -2$$

Ainsi : $h(x) = -2x + b$

On a : $h(1) = 1$ équivalent à $-2\times 1 + b = 1$

C'est-à-dire : $-2 + b = 1$ d'où $b = 1+2 = 3$

Donc : $h(x) = -2x + 3$

3. On a : $h(4) - h(-2) = a(4-(-2))$

$$3-1 = a(4+2)$$
$$2 = 6a$$
$$a = \frac{1}{3}$$

Ainsi : $h(x) = \frac{1}{3}x + b$

On a : $h(4) = 3$ équivalent à $\frac{1}{3}\times 4 + b = 3$

C'est-à-dire : $b = 3 - \frac{4}{3} = \frac{9-4}{3} = \frac{5}{3}$

Donc : $h(x) = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$

Exercice 5 Soit f est une fonction affine telle que : $f(2) = -1$ *et* $f(-1) = 5$

a. f est une fonction affine, donc $f(x) = ax + b$

On a : $f(2) - f(-1) = a(2-(-1))$

$$-1-5 = a(2+1)$$
$$-6 = 3a$$
$$a = -2$$

Ainsi : $f(x) = -2x + b$

On a : $f(2) = -1$ équivalent à $-2\times 2 + b = -1$

C'est-à-dire : $b = -1 + 4 = 3$

Donc : $f(x) = -2x + 3$

Par suite : $f(7) = -2\times 7 + 3 = -14 + 3 = -11$

L'image de 7 par la fonction f est -11

b. Soit x l'antécédent de -7 par la fonction f .

On a : $f(x) = -7$

C'est-à-dire :
$$-2x + 3 = -7$$
$$-2x = -7 - 3$$
$$x = \frac{-10}{-2} = 5$$

L'antécédent de -7 par la fonction f est 5.

<u>Exercice 6</u> Soit la fonction affine définie par $g(x) = -x + 1$

L'équation : $$g\left(\frac{1}{2}x\right) + 2g\left(\frac{1}{2}x + 2\right) = 3x + 2$$

Equivalent à : $$-\frac{1}{2}x + 1 + 2\left[-\left(\frac{1}{2}x + 2\right) + 1\right] = 3x + 2$$
$$-\frac{1}{2}x + 1 - x + 4 + 2 = 3x + 2$$
$$-\frac{1}{2}x - x - 3x = 2 - 1 - 4 - 2$$
$$-\frac{1}{2}x - 4x = -5$$
$$x\left(\frac{-1}{2} - 4\right) = -5$$
$$\frac{-9}{2}x = -5$$
$$x = \frac{10}{9}$$

L'équation $g\left(\frac{1}{2}x\right) + 2g\left(\frac{1}{2}x + 2\right) = 3x + 2$ a pour solution $\frac{10}{9}$.